

习题讲解

习题一 $\alpha_1, \dots, \alpha_k \in R^n$, 记

$$\begin{aligned}V_1 &= \text{span}\{\alpha_1, \dots, \alpha_k\} \\V_2 &= \{\alpha \in R^n \mid \alpha \perp \alpha_j, 1 \leq j \leq k\}\end{aligned}$$

证明 V_1 与 V_2 是子空间, 且 $V_1 + V_2 = R^n$, 即 V_1 与 V_2 的直和是全空间。

习题二 V 是实数域 R 上的线性空间, $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ 为 V 上一组基, $\alpha_1, \dots, \alpha_k \in R^n$, 记

$$\omega_j = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n)\alpha_j \quad (1 \leq j \leq k)$$

证明 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k$ 线性无关 (在 V 中) 当且仅当 $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ 线性无关 (在 R^n 中)。